



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Факультет геоинформатики и информационной безопасности
Кафедра высшей математики



**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор
А. Л. Степанченко
16 февраля 2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ БЛОК
«Б1.О.10.01 МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 10.03.01 Информационная безопасность

Направленность(профиль) подготовки: Организация и технология защиты информации

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2024

Срок получения образования: 4 года

Объем:
в зачетных единицах: 6 з.е.
в академических часах: 216 ак.ч.

Москва, 2024

Разработчики:

Доцент кафедры Высшей математики, к.н., доцент Королева Т. М.

Доцент кафедры Высшей математики, к.н. Гонжа Е. А.

Рабочая программа дисциплины (модуля) составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 10.03.01 Информационная безопасность, утвержденного приказом Минобрнауки от 17.11.2020 № 1427

Согласование и утверждение

№	Подразделение	Ответственное лицо	ФИО	Виза	Дата, протокол (при наличии)
1	факультет Геоинформатики и информационной безопасности	Председатель ученого совета факультета	Матерухин А. В.	Рассмотрено	14.12.2023, № 7-23

Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)
2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы
3. Место дисциплины в структуре ОП
4. Объем дисциплины и виды учебной работы
5. Содержание дисциплины
 - 5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий
 - 5.2. Содержание разделов, тем дисциплины и формы текущего контроля
6. Оценочные материалы текущего контроля
7. Оценочные материалы промежуточной аттестации
8. Порядок проведения промежуточной аттестации
9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины
 - 9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы
 - 9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся
 - 9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине
 - 9.4. Оборудование и технические средства обучения
10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель освоения дисциплины - получение обучающимися теоретических знаний о закономерностях развития современного математического аппарата и его связи с профессиональной деятельностью, об основных направлениях развития современной математики; формирование практических навыков и готовности к самостоятельной разработке и применению математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, построения математических моделей изучаемых процессов и явлений; овладение навыками применения стандартных математических моделей и методов в профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины:

- формирование понятийного аппарата и представлений о современных математических методах, применяемых при решении профессиональных задач;
- освоение навыков использования математического аппарата: пределы, производные, интегралы, ряды, дифференциальные уравнения;
- получение компетенций в области применения математического аппарата для решения практических задач профессиональной деятельности, а также построения математических моделей изучаемых процессов и явлений;
- формирование умений применять полученные знания в практической деятельности, решать практические задачи согласно выбранным математическому аппарату и моделям, описывающим решаемые профессиональные задачи.

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Компетенции, индикаторы и результаты обучения

ОПК-3 Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности

ОПК-3.1 Выбирает и использует соответствующие ресурсы, современные методики и оборудование для проведения экспериментальных исследований и измерений

Знать:

ОПК-3.1/Зн7 Источники информации, содержащие сведения об используемом в геодезии математическом аппарате

Уметь:

ОПК-3.1/Ум4 Выявлять направления поиска информации, необходимой для решения профессиональных задач

Владеть:

ОПК-3.1/Нв3 Базовыми знаниями Высшей математики, для обеспечения возможности эффективного проведения комплекса исследовательских мероприятий, направленных на решение профессиональных задач

ОПК-3.2 Обработывает и представляет полученные экспериментальные данные для получения обоснованных выводов

Знать:

ОПК-3.2/Зн5 Фундаментальные принципы, лежащие в основе геодезической науки

Уметь:

ОПК-3.2/Ум4 Идентифицировать наиболее оптимальный математический аппарат для решения конкретной задачи

Владеть:

ОПК-3.2/Нв3 Навыками решения исследовательских задач в профессиональной деятельности

3. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина (модуль) Б1.О.10.01 «Математический анализ» относится к обязательной части образовательной программы и изучается в семестре(ах): 1, 3.

В процессе изучения дисциплины студент готовится к решению типов задач профессиональной деятельности, предусмотренных ФГОС ВО и образовательной программой.

4. Объем дисциплины (модуля) и виды учебной работы

Период обучения	Общая трудоемкость (часы)	Общая трудоемкость (ЗЕТ)	Лекционные занятия (часы)	Практические занятия (часы)	Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация (часы)
1 семестр	108	3	34	34	4	Экзамен (36)
3 семестр	108	3	34	34	4	Экзамен (36)
Всего	216	6	68	68	8	72

5. Содержание дисциплины (модуля)

5.1. Разделы, темы дисциплины и виды занятий

(часы промежуточной аттестации не указываются)

Наименование раздела, темы	Всего	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Планируемые результаты обучения, соотношенные с результатами освоения программы
Раздел 1. Введение в математический анализ	13	6	6	1	ОПК-3.1 ОПК-3.2
Тема 1.1. Функции одной переменной	2	1	1		
Тема 1.2. Пределы	5	2	2	1	
Тема 1.3. Классификация бесконечно малых величин	4	2	2		
Тема 1.4. Непрерывность функций	2	1	1		
Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	25	12	12	1	ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 2.1. Производная и дифференциал	9	4	4	1	
Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков	4	2	2		
Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях	4	2	2		
Тема 2.4. Формула Тейлора	2	1	1		
Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления	6	3	3		
Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной	34	16	16	2	ОПК-3.1 ОПК-3.2
Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл	4	2	2		
Тема 3.2. Основные методы интегрирования	9	4	4	1	
Тема 3.3. Определенный интеграл и его свойства	6	3	3		
Тема 3.4. Вычисление определенного интеграла	4	2	2		
Тема 3.5. Несобственные интегралы	5	2	2	1	
Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла	6	3	3		
Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	24	11	11	2	ОПК-3.1 ОПК-3.2
Тема 4.1. Функции нескольких переменных	2	1	1		
Тема 4.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных	5	2	2	1	
Тема 4.3. Дифференцирование сложных и неявных функций	4	2	2		
Тема 4.4. Геометрические приложения частных производных	4	2	2		
Тема 4.5. Экстремум функции нескольких переменных	4	2	2		
Тема 4.6. Скалярное поле	5	2	2	1	
Раздел 5. Кратные интегралы	23	11	11	1	ОПК-3.1 ОПК-3.2
Тема 5.1. Двойной интеграл	8	4	4		
Тема 5.2. Тройной интеграл	9	4	4	1	
Тема 5.3. Приложения кратных интегралов	6	3	3		
Раздел 6. Ряды	25	12	12	1	ОПК-3.1 ОПК-3.2
Тема 6.1. Числовые ряды	8	4	4		
Тема 6.2. Функциональные ряды	9	4	4	1	

Тема 6.3. Тригонометрические ряды	8	4	4	
Итого	144	68	68	8

5.2. Содержание разделов, тем дисциплин и формы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Тема 1.1. Функции одной переменной

- 1.1. Определение и способы задания функции
- 1.2. Основные свойства функций
- 1.3. Классификация функций

Тема 1.2. Пределы

- 2.1. Основные определения
- 2.2. Теоремы об арифметических свойствах пределов
- 2.3. Теоремы о существовании пределов
- 2.4. Первый замечательный предел
- 2.5. Определение предела числовой последовательности
- 2.6. Теорема Вейерштрасса и второй замечательный предел

Тема 1.3. Классификация бесконечно малых величин

- 3.1. Сравнение бесконечно малых
- 3.2. Эквивалентные бесконечно малые и их свойства

Тема 1.4. Непрерывность функций

- 4.1. Непрерывность функции в точке и на интервале
- 4.2. Точки разрыва и их классификация
- 4.3. Теоремы о непрерывных функциях
- 4.4. Свойства функций, непрерывных на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Тема 2.1. Производная и дифференциал

- 1.1. Определение производной
- 1.2. Дифференцируемость и дифференциал
- 1.3. Основные правила дифференцирования
- 1.4. Производные неявно и параметрически заданной функций
- 1.5. Линеаризация функций

Тема 2.2. Производные и дифференциалы высших порядков

- 2.1. Производные высших порядков
- 2.2. Дифференциалы высших порядков
- 2.3. Инвариантность формы дифференциала

Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

- 3.1 Теорема Ферма
- 3.2. Теорема Ролля
- 3.3 Теорема Лагранжа
- 3.4 Теорема Коши
- 3.5 Правило Лопиталья

Тема 2.4. Формула Тейлора

- 4.1. Формула Тейлора для многочлена
- 4.2. Формула Тейлора для произвольной функции

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

- 5.1. Монотонность функций
- 5.2. Экстремумы функций
- 5.3. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба графика функции
- 5.4. Асимптоты графика функции
- 5.5. Общая схема исследования и построения графика функции
- 5.6. Задача о наибольшем и наименьшем значении функции на отрезке

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Свойства неопределенного интеграла
- 1.3. Таблица основных интегралов

Тема 3.2. Основные методы интегрирования

- 2.1. Непосредственное интегрирование
- 2.2. Метод замены переменной
- 2.3. Формула интегрирования по частям
- 2.4. Общие сведения о рациональных функциях
- 2.5. Интегрирование простейших алгебраических дробей
- 2.6. Интегрирование рациональных дробей
- 2.7. Интегрирование функций, рациональных относительно синуса и косинуса
- 2.8. Интегрирование некоторых иррациональных функций

Тема 3.3. Определенный интеграл и его свойства

- 3.1. Определенный интеграл как предел интегральной суммы
- 3.2. Геометрический смысл определенного интеграла
- 3.3. Основные свойства определенного интеграла

Тема 3.4. Вычисление определенного интеграла

- 4.1. Формула Ньютона-Лейбница
- 4.2. Замена переменной в определенном интеграле
- 4.3. Интегрирование по частям
- 4.4. Интегрирование четных и нечетных функций на симметричных отрезках

Тема 3.5. Несобственные интегралы

- 5.1. Интегралы с бесконечными пределами
- 5.2. Интегралы от неограниченных функций

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

- 6.1. Вычисление площади в прямоугольных координатах
- 6.2. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах
- 6.3. Длина дуги кривой
- 6.4. Объем тела

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Контрольная работа

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 4.1. Функции нескольких переменных

- 1.1. Основные понятия
- 1.2. Предел и непрерывность функции нескольких переменных

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

Частные производные первого порядка

- 2.2 Дифференцируемость и полный дифференциал
- 2.3 Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях
- 2.4 Частные производные и дифференциалы высших порядков
- 2.5 Задача об отыскании функции по ее полному дифференциалу

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.3. Дифференцирование сложных и неявных функций

- 3.1. Производная сложной функции
- 3.2. Инвариантность формы дифференциала первого порядка
- 3.3. Дифференцирование неявно заданной функции

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.4. Геометрические приложения частных производных

- 4.1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
- 4.2. Геометрический смысл полного дифференциала
- 4.3. Нормальная плоскость и касательная к пространственной кривой

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.5. Экстремум функции нескольких переменных

- 5.1. Формула Тейлора
- 5.2. Локальный экстремум
- 5.3. Условный экстремум
- 5.4. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 4.6. Скалярное поле

- 6.1. Поверхности и линии уровня
- 6.2. Производная по направлению
- 6.3. Градиент скалярного поля

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 5. Кратные интегралы

Тема 5.1. Двойной интеграл

- 1.1. Двойной интеграл, его геометрический смысл и свойства
- 1.2. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах
- 1.3. Замена переменных в двойном интеграле
- 1.4. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах

Текущий контроль

Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 5.2. Тройной интеграл

- 2.1. Тройной интеграл, его свойства и вычисление в прямоугольных декартовых координатах
- 2.2. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном интеграле

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 5.3. Приложения кратных интегралов

- 3.1. Вычисление площадей областей в плоскости Oxy и поверхностей
- 3.2. Вычисление объемов тел
- 3.3. Механические приложения кратных интегралов

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Решение задач

Раздел 6. Ряды

Тема 6.1. Числовые ряды

- 1.1. Основные понятия. Необходимый признак сходимости
- 1.2. Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов
- 1.3. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 6.2. Функциональные ряды

- 2.1. Понятие функционального ряда. Область сходимости
- 2.2. Степенные ряды. Теорема Абеля
- 2.3. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 2.4. Приближенные вычисления с применением степенных рядов

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Решение задач

Тема 6.3. Тригонометрические ряды

- 3.1. Ортогональная система функций
- 3.2. Ряд Фурье. Теорема Дирихле
- 3.3. Ряды Фурье четных и нечетных функций
- 3.4. Ряд Фурье как способ продолжения функций

Текущий контроль
Вид (форма) контроля
Решение задач

6. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:

- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

Промежуточная аттестация: Экзамен, 1 семестр.

Промежуточная аттестация: Экзамен, 3 семестр.

7. Оценочные материалы текущего контроля

Раздел 1. Введение в математический анализ

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 1.4. Непрерывность функций

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида

$$y = 7\sin 3x + \cos 3x$$

3. Постройте графики функций

$$y = |2x+1| + |x-1|, \quad y = |\arcsin 2|x|| - \frac{\pi}{2}$$

4. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + n + 1} = \frac{3}{2}$$

5. Вычислите пределы

$$\text{а) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n^2 + n + 5}{2n^2 + n + 1} \right)^{3n^2}; \quad \text{б) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^5 + 3} + \sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} - \sqrt{n-2}}; \quad \text{в) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2 + 4n^2}{5 + 8n^2} \right)^{\frac{n+1}{2}};$$

$$\text{г) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(1+3n)^3 - 27n^3}{(1+4n)^2 + 2n^2}; \quad \text{д) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3(n+2)! - (n+1)n!}{n(n+1)!}; \quad \text{е) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{2n+1} + 2^{2n}}{2^{2n+3} - 5^{2n}};$$

$$\text{ё) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n\sqrt[3]{3n+4} - \sqrt[3]{3(n^2+1)^2}}{1 + \sqrt[3]{n+2}};$$

$$\text{ж) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)};$$

$$\text{з) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3} \cos n}{n}; \quad \text{и) } \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^3} + \dots + \frac{n}{n^n} \right).$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+5}, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^n} \right).$$

6. Вычислите пределы

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}; \\ \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 2x + 1}}{2x - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 1}{x^4 - x^2 + x + 12}; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 5x + 6} - x); \\ \text{е) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}; \quad \text{ё) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - x + 1}{2x^2 + 1} \right)^{x+2}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 5x}; \\ \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin x - \cos x}{1 + \sin 3x - \cos 3x}; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow 2} \sin \frac{x-2}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}. \end{aligned}$$

7. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \left(\frac{\sin x}{2} + 1 \right)}{e^{3x} - 1}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x}{7^x - e^{-x}}; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\sin x} - 1}{\ln(1 + \operatorname{arctg} 6x)}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x \cdot (e^{\sin 3x} - 1)}{\sqrt{1 - \cos x} (\sqrt{1+x} - 1)}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}; \\ \text{ё) } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{1 + \cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}; \quad \text{ж) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos 3x}{1 + \sin x \cos 2x} \right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}; \\ \text{и) } \lim_{x \rightarrow +\infty} x (\ln(x+3) - \ln x). \end{aligned}$$

8. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва

$$\begin{aligned} \text{а) } f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}; \quad \text{б) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}; \quad \text{в) } f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{при } x < 2, \\ x + 2, & \text{при } x \geq 2; \end{cases} \\ \text{г) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{при } x \neq 0, \\ 2, & \text{при } x = 0; \end{cases} \quad \text{д) } f(x) = \frac{\sin |x|}{x} e^{\frac{1}{\pi-x}}. \end{aligned}$$

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 2.5. Исследование функций методами дифференциального исчисления

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y = \lg \left(\frac{x-5}{x^2 - 10x + 24} \right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

2. Вычислите пределы, используя правило Лопиталья

$$\begin{aligned} \text{а) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{7^x - 7}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x - e^2)}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x; \\ \text{г) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\pi - 2 \operatorname{arctg} x}{\operatorname{arctg} x}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 2x)^{\frac{1}{x^2}}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln x}{\frac{1}{x}}; \quad \text{е) } \lim_{x \rightarrow 0+} \sqrt[n]{x} \ln^m x; \quad \text{ё) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x}; \\ & \text{ж) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}; \quad \text{з) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-x^4} - \sqrt[3]{x}}{1 - \sqrt[4]{x^3}}; \quad \text{и) } \lim_{x \rightarrow 3} \sin(x-3) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}. \end{aligned}$$

3. Пользуясь формулой Тейлора, линеаризуйте функцию

$$y = e^{\sin x}, \text{ если } x_0 = 0$$

4. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

5. Исследуйте функцию и постройте график

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

6. Вычислите

$$\text{а) } \cos 46^\circ 15'; \quad \text{б) } \sqrt{16,28}.$$

Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 3.6. Геометрические приложения определенного интеграла

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

$$\begin{aligned} & 1. \int \left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x} \right) dx; \quad \int \frac{(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x})^2}{x} dx; \quad \int \left(5^x - \frac{1}{x^3} \right) dx; \\ & \int (2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x)^2 dx. \\ & 2. \int x\sqrt[3]{6x^2+1} dx; \quad \int x e^{-2x^2} dx; \quad \int \frac{\sqrt{\ln 2x+3}}{x} dx; \quad \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}. \\ & 3. \int \frac{dx}{x^2-6x}; \quad \int \frac{(4-3x) dx}{5x^2+6x+18}; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}}; \quad \int \frac{x dx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}. \\ & 4. \int \frac{e^{\frac{x}{2}} dx}{\sqrt{16-e^x}}; \quad \int \frac{dx}{e^{2x}+1}; \quad \int \frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}}; \quad \int \frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}. \\ & 5. \int (3x-x^2) \cos 2x dx; \quad \int x^2 \ln^2(x+1) dx; \quad \int \frac{x^2 dx}{e^{2x}}; \quad \int (e^{2x}+4) \sin 3x dx; \\ & \int \arcsin(3x+1) dx. \end{aligned}$$

2. Найдите следующие интегралы

$$\begin{aligned} & 6. \int \frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{x(x+3)(x-1)} dx; \quad \int \frac{2x^3+x+1}{x^3(x+1)} dx; \\ & \int \frac{2x^3+7x^2+7x+9}{(x^2+x+1)(x^2+x+2)} dx; \quad \int \frac{(2x+5) dx}{(x^2+3x)(x^2+x+1)}. \\ & 7. \int \frac{\cos x - \sin x}{(1+\sin x)^2} dx; \quad \int \cos^5 x \sin^2 x dx; \quad \int \frac{4 \operatorname{tg} x - 5}{4 \cos^2 x - \sin 2x + 1} dx; \\ & \int \sin 3x \sin 7x \cos 7x dx. \end{aligned}$$

$$8. \int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt{x}}{2\sqrt[6]{x^2} + 4} dx; \quad \int \frac{4 + \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}}{x-1 + \sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2}} dx; \quad \int \frac{(12x^3 + 5x^2 - 2) dx}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}};$$

$$\int \sqrt{16 - x^2} dx.$$

3. Вычислите следующие интегралы

$$\begin{aligned} \text{а)} & \int_1^5 \cos 5x dx; \quad \int_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx; \quad \int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt{1+x^2} dx; \quad \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}}; \\ \text{б)} & \int_{-3}^1 (4-x) \cos \frac{x}{3} dx; \quad \int_2^5 \ln \frac{x}{2} (3x+2) dx; \quad \int_0^1 (5-2x) e^{-\frac{x}{2}} dx; \quad \int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx; \\ \text{в)} & \int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx; \quad \int_2^3 \frac{2x^2 + 4}{x^3 - x^2 - x + 1} dx; \quad \int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}; \\ & \int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}; \\ \text{г)} & \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}; \quad \int_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x - x^2 - 15}}; \quad \int_4^5 \frac{x dx}{x^4 - 4x^2 + 3}; \quad \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2 - 6x - 9x^2}}; \\ \text{д)} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 1} dx; \quad \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx; \quad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 + \operatorname{tg} x) dx}{\sin 2x}; \quad \int_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx; \\ \text{е)} & \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x (3 + e^{-x})}; \quad \int_3^8 \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 1} dx; \quad \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}; \quad \int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}. \end{aligned}$$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

5. Вычислите длину кривой

$$y = x^2 \text{ на отрезке } [0; 2]$$

6. Вычислите следующие несобственные интегралы или доказите их расходимость

$$\text{а)} \int_0^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx; \quad \text{б)} \int_0^1 \frac{2e^{1-\frac{2}{\pi} \arcsin x}}{\pi \sqrt{1-x^2}} dx.$$

Раздел 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 4.1. Функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите и изобразите область определения функции

$$z = \sqrt{\sin \pi (x^2 + y^2)}.$$

Тема 4.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите значения частных производных функции до второго порядка включительно в точке

$$A = \left(\frac{1}{2}, 1\right), \text{ если } z = \sqrt{2xy + y^2}.$$

Тема 4.3. Дифференцирование сложных и неявных функций

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производные неявно заданной функции

$$\frac{z}{xy} = z^3.$$

Тема 4.4. Геометрические приложения частных производных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$$z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) \text{ в точке } M_0 = \left(1, 1, \frac{\pi}{4}\right).$$

Тема 4.5. Экстремум функции нескольких переменных

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = (2x - x^2)(2y - y^2).$$

Тема 4.6. Скалярное поле

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Найдите угол между градиентами функции $z = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$ в

точках $M_1 = (1, 1)$ и $M_2 = (3, 4)$, а также производную функции z в

точке M_1 по направлению к точке M_2 .

Раздел 5. Кратные интегралы

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 5.1. Двойной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. В данном повторном интеграле измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования.

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_0^{\sqrt{36-y^2}} f(x, y) dx + \int_{-3}^0 dy \int_0^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x, y) dx$$

Тема 5.2. Тройной интеграл

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите тройной интеграл

$$\iiint_V (y^2 + x^3 - z) dx dy dz, \text{ где } V: 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0, 0 \leq z \leq 1.$$

Тема 5.3. Приложения кратных интегралов

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите массу тела V , ограниченного поверхностями

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{49}z^2, \quad x^2 + y^2 = \frac{1}{7}z, \quad x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0),$$

где $\mu = 10xz$ – плотность тела.

2. Вычислить массу пластины D , ограниченной данными кривым

$$x^2 + y^2 = 1, \quad x^2 + y^2 = 16, \quad x = 0, \quad y = 0 \quad (x \geq 0, y \geq 0),$$

где $\mu = \frac{3y + x}{x^2 + y^2}$ – поверхностная плотность.

Раздел 6. Ряды

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Тема 6.1. Числовые ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}.$$

2. Исследуйте сходимость рядов

$$\begin{aligned} & \text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left(e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right); \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \text{г) } \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n; \\ & \text{д) } \sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left(\frac{9}{10} \right)^n; \quad \text{е) } \sum_{n=1}^{+\infty} n \left(\frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2}; \quad \text{ё) } \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3 + 2) \ln^2 n}; \\ & \text{ж) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8) \ln^3(5n+8)}; \quad \text{з) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{(n+1)n}; \quad \text{и) } \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}. \end{aligned}$$

Тема 6.2. Функциональные ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите области сходимости функциональных рядов

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin((2n-1)x)}{(2n-1)^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{6^n}{n^2(x^2 - 2x + 6)^n}.$$

Тема 6.3. Тригонометрические ряды

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Разложите в ряд Тейлора функцию

$$f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x, \text{ если } x_0 = -2.$$

2. Разложите в ряд Фурье функцию на отрезке

$$f(x) = x^2 \text{ на отрезке } [-\pi, \pi].$$

3. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & \text{при } -2 < x \leq 0, \\ -1, & \text{при } 0 < x \leq 2. \end{cases}$$

8. Оценочные материалы промежуточной аттестации

I семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg}^2 3x}{2x \arcsin x};$$

2. Сформулировать определения или свойства

Функция. График функции. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность

3. Сформулировать определения или свойства

Основные элементарные функции; (Степенная, тригонометрические, обратные – тригонометрические, показательная, логарифмическая) их свойства и графики

4. Сформулировать определения или свойства

Дифференцирование неявно заданных функций.

Понятие дифференциала функций.

5. Сформулировать определения или свойства

Прием логарифмического дифференцирования.

Асимптоты графика функции

6. Сформулировать определения или свойства

Замена переменной в определенном интеграле

Интегрирование по частям в определенном интеграле

7. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции

8. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Непрерывность функции в точке и на промежутке

Точки разрыва функции и их классификация

9. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функций

Экстремум. Необходимые и достаточные условия существования экстремума

10. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Выпуклость графика функции. Точки перегиба

11. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Задача о вычислении площади плоской области

12. Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x}$$

13. Найти значение производной функции

$$y = (2x^2 + 2x - 3)/(x^2 - 4x + 2) \text{ в точке } x_0 = 1.$$

14. Вычислить интеграл

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x dx.$$

15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой

$$y = 3 - x^2 \text{ и прямой } y = x - 3$$

3 семестр, Экзамен

Контролируемые ИДК: ОПК-3.1 ОПК-3.2

Вопросы/Задания:

16. Сформулировать определения или свойства

Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных

17. Сформулировать определения или свойства

Понятие предела функции двух переменных

Непрерывность функции двух переменных

18. Сформулировать определения или свойства

Определение экстремума функции двух переменных

19. Сформулировать определения или свойства

Определение суммы ряда

Понятие сходящегося ряда

20. Сформулировать определения или свойства

Понятие знакочередующихся и знакопеременных числовых рядов

Понятие абсолютной и условной сходимости числового ряда

21. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы частных производных функций, заданных неявно

Теорема Шварца о равенстве смешанных производных

22. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции

23. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства двойного интеграла

Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах

24. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов: предельный признак сравнения

25. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Ортогональные системы функций. Привести примеры (с доказательством)

Ряд Фурье. Теорема Дирихле

26. Составить уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} - xy \text{ в точке } (3, 4, -7).$$

27. Исследовать на экстремум функцию

$$f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$$

28. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$\iint_{(D)} (x + y) dx dy, \quad 0 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 2.$$

29. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{2^n}.$$

30. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^n (x+1)^n}{n^2}.$$

9. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

9.1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы

Основная литература

1. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 2: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2003. - 416 - 5-329-00327-X. - Текст: непосредственный.
2. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х ч. Ч. 1: Учеб. пособие для вузов. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - 6-е изд. - Издательский дом "ОНИКС "21 век", 2006. - 304 - 5-488-00714-8. - Текст: непосредственный.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс / Д.Т. Письменный. - 3-е изд. - Издательство Айрис-пресс, 2005. - 608 - 5-8112-1093-0. - Текст: непосредственный.

Дополнительная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для вузов В 2-х т. Т. 2. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001; 2002. - 5-89602-013-9 (т.2). - Текст: непосредственный.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учеб. для вузов. В 2-х т. Т.1. / Н.С. Пискунов. - изд. стереот. - Издательство Интеграл-Пресс, 2001. - 416 - 5-89602-012-0 (т.1). - Текст: непосредственный.

9.2. Профессиональные базы данных и ресурсы «Интернет», к которым обеспечивается доступ обучающихся

Профессиональные базы данных

Не используются.

Ресурсы «Интернет»

1. <https://www.iprbookshop.ru/> - Онлайн библиотека

9.3. Программное обеспечение и информационно-справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Перечень программного обеспечения
(обновление производится по мере появления новых версий программы)
Не используется.

Перечень информационно-справочных систем
(обновление выполняется еженедельно)
Не используется.

9.4. Оборудование и технические средства обучения

Смешанный тип

- Интерактивная панель - 1 шт.
- Меловая доска - 4 шт.
- Автоматизированное рабочее место (АРМ) - 2 шт.
- Проектор - 2 шт.

10. Методические указания по освоению дисциплины (модуля)

Освоение обучающимся учебной дисциплины «Математический анализ» предполагает изучение материалов дисциплины на аудиторных занятиях и в ходе самостоятельной работы. Аудиторные занятия проходят в форме лекций и практических занятий. Самостоятельная работа включает разнообразный комплекс видов и форм работы обучающихся.

Самостоятельная работа студентов (СРС) позволяет предметно выработать аналитические навыки, обеспечить понимание теории и практики, более осознанно относиться к уровню своей профессиональной подготовки. СРС способствует развитию их мыслительной деятельности, обеспечивает усвоение определенного учебного материала и предоставляет необходимую подготовку для решения конкретных практических задач, входящих в их будущие профессиональные обязанности. СРС направлена на обеспечение индивидуализации при изучении курса, на развитие способностей и возможностей, на персонификацию контроля за качеством обучения.

При подготовке к практическим занятиям, руководствуясь планом и списком рекомендуемой литературы, необходимо изучить тему так, чтобы по каждому из предложенных вопросов студент мог дать развернутый, обстоятельный ответ.

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов включает:

- Работа над конспектом лекции
- Подготовка к практическому занятию
- Доработка конспекта лекции с применением учебника, методической литературы, дополнительной литературы
- Подбор, изучение, анализ и конспектирование рекомендованной литературы
- Самостоятельное изучение отдельных тем, параграфов
- Подготовка к экзамену

Для успешного освоения учебной дисциплины и достижения поставленных целей необходимо внимательно ознакомиться с настоящей рабочей программой учебной дисциплины. Ее может представить преподаватель на вводной лекции или обучающийся самостоятельно использует информацию на официальном Интернет-сайте Университета.

Следует обратить внимание на список основной и дополнительной литературы, которая имеется в электронной библиотечной системе IPRBooks, на предлагаемые преподавателем ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет. Эта информация необходима для самостоятельной работы обучающегося.

Описание возможностей изучения дисциплины лицами с ОВЗ и инвалидами

При необходимости обучения студентов-инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья аудиторные занятия могут быть заменены или дополнены изучением

полнотекстовых лекций, презентаций, видео- и аудиоматериалов в электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) университета. Индивидуальные задания подбираются в адаптированных к ограничениям здоровья формах (письменно или устно, в форме презентаций). Выбор методов обучения зависит от их доступности для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.

Рабочая программа дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.